W. S. Gosset の統計的推測論

上　藤　一　郎

Abstract

The main purpose of this paper is to clarify the theoretical and philosophical idea of statistical inference by W. S. Gosset who is one of most famous statisticians in 20th century. In general, his discovery of *t* distribution may be regarded as one of most important contributions to mathematical statistics. However, the author denies this appreciation to W. S. Gosset, because *t* distribution was discovered by German mathematician, J. Lüroth before W. S. Gosset. Then, the author tried to analyse the theoretical and philosophical differences among the statistical inferences by K. Pearson, R. A. Fisher and W. S. Gosset.

キーワード：W. S. Gosset, R. A. Fisher, K. Pearson, 統計的推測, *t* 分布

問題の所在

現代数理統計学は，母集団に厳密な確率分布の仮定を置き，その条件下で母集団分布に含まれる未知パラメータに対して最適な統計的推測の方式を求めることを研究のパラダイム（paradigm）としている．ここでパラダイムとは，科学史研究者 T. Kuhn が定義し，その後批判を受けて撤回した科学史分析の概念であるが，本稿では T. Kuhn がパラダイムに代わる概念として提案した専門母型（disciplinary matrix）と等価の，極めて限定的な意味で措定する[1)]．即ち，同じ価値観を共有する科学者集団内部において，一般に認められた科学的業績で，一時期の間，専門家に対して問い方や答え方のモデルを与えるものであり，研究の規範と言い換えてもよい．

私見では，数理統計学がこのような研究のパラダイムを明確に確立したのは，所謂 Neyman-Pearson 理論の登場以降であると考えるが，通常 R. A. Fisher にその嚆矢を求めることが多い．その背景には，F. Galton や K. Pearson の統計学を記述統計学，R. A. Fisher 以降の統計学を推測統計学と規定し，これらの方法論的差異性を強調することで，そこに非連続な歴史的一線を画そうとする従前からの通説的学説史評価が依然として根強く流布されているという状況がある

ものと推量される[2)]．しかしこのような評価とは異なり，近年，科学史・科学社会学の分野において進められている研究では，広く数理統計学，確率論，誤差論の史的発展過程を視野に入れ（さらにはドイツの社会統計学をも視野に入れて），F. Galton に始まり K. Pearson を経て R. A. Fisher に至る一連の学説史的系譜を連続的過程として分析している．例えば科学史の分野では，V. Hilts，B. J. Norton，T. Porter，S. M. Stigler 等の研究が挙げられるが，彼らの研究は，T. Kuhn が提唱したパラダイム論に基づき，科学思想における決定論から非決定論への移行，即ち確率革命（Probabilistic Revolution）の歴史的過程の中で，F. Galton や K. Pearson，R. A. Fisher らの統計理論が果たした役割を評価するという点に特徴がある[3)]．一方，科学社会学の分野では D. A. MacKenzie の研究が挙げられる[4)]．Edinburgh 学派（科学知識の社会学）に属する一人である D. A. MacKenzie は，この学派の説く科学知識の社会構成説[4)]のケーススタディとして，近代数理統計学の担い手であった F. Galton，K. Pearson，R. A. Fisher の統計理論を取り上げ，「優生学的見地に基づく生物統計学」の視点から彼らの統計理論が遺伝学・優生学の方法論として生成・展開されたものであると主張する．その分析結果に基づき D. A. MacKenzie は，統計学の数学論理においてさえもその社会的・歴史的文脈とは独立では有り得ず，優生学のイデオロギーという政治的・社会的成分が彼らの統計理論に反映しているという所説を展開している[5)]．

これらの所説は説得的ではあるが，しかしその研究の目的とする所は，科学方法論の歴史的転換や科学知識の相対性の実証であって，統計学それ自身における研究のパラダイムの変化を分析することではない．そのため彼らの研究における分析の枠組みをこの点に適用すると幾つか齟齬を来たす．その一つが W. S. Gosset の統計理論を巡る評価である．周知のように Student のペンネームで知られる W. S. Gosset は，t 分布の発見者として統計学史上高く評価されている．その主な理由は，R. A. Fisher の業績に先駆け，精密標本分布を初めて導出したこと，そしてそれに基づき小標本からの精確な統計的推測の数学理論を展開したという点に求められる．しかし Guinness 社の化学技師であった W. S. Gosset は，成る程 K. Pearson の下で統計学を学んだという経緯があるにせよ，少なくとも自ら抱えていた応用上の問題との関連で彼の統計理論を評価するとき，「優生学的見地に基づく生物統計学」という枠組みで評価することには困難を伴う．また終生一技術者であった W. S. Gosset は，F. Galton，K. Pearson，R. A. Fisher 等とは異なり，実質的な科学研究（遺伝学）に与することなく，徹頭徹尾，自身の技術的問題解決の道具として統計理論を展開したのであって，科学方法論上のパラダイム転換と関連付けて評価することには同じく困難を伴う．

そこで本稿では，W. S. Gosset の出世作となった論文「平均の確率誤差」（以下 Gosset 論文と略称）[6)]を主たるテキストとし，前述の科学史的・科学社会学的アプローチによる統計学史研究の成果を基礎にしつつも，提示した問題を解決すべく Gosset 統計学の学説史的意義を理論的並びに思想的側面から検討する．その際，W. S. Gosset の精密標本分布論が形成された社

会的文脈を斟酌し，且つまた一連の生物統計学の系譜並びにその後の Neyman-Pearson 理論への展開を視野に入れつつ課題の究明を試みる[7].

I．W .S. Gosset の統計理論

この Gosset 論文は，t 分布を導き出したものとして名高いものであるが，しかしこの t 分布というのは，後年 R. A. Fisher が自由度の取り扱いをより明確化した上で命名したもので[8]，そこで求められているのは実は統計量 z ($t=z(n-1)^{1/2}$) の確率分布である．しかしこの論文が，事実上，精密標本分布論の先鞭をつけた論文として看做してよいことは R. A. Fisher 自身も認めている[9].

この論文で W. S. Gosset が課題として提示した問題は 9 つあるが，同論文の論旨から大別すると，第一に z 分布の導出，第二にその応用である z 検定の提示という二点に集約し得る．そこで先ずこの z 分布論並びに z 検定論について理論的側面から検討することにしよう．

1．W. S. Gosset の精密標本分布論

1.1　z 分布の導出

Gosset 論文は，先ず標本標準偏差 s の分布関数を求めることから始まっている．初めに標本分散 s^2 の定義を行った後，この分布の積率を 1 次から 4 次まで求め，最終的にこの s^2 分布関数が Pearson 系分布関数群の第Ⅲ分布曲線と一致することを示唆している．即ち今，母平均からの距離（偏差）で測られた観測値 $x_1, x_2 \ldots x_n$ からなる確率変数 X について，$X \sim \mathrm{N}\ (0, \sigma^2)$，標本分散（不偏分散ではない）を s^2，各標本の標本分散の平均を基準とした積率を M_i とするならば，s^2 の分布曲線 y_1 は（1.1.1）式の Pearson 系第Ⅲ分布曲線に属することが明らかにされている．

$$y_1 = Cx^p \exp(-\gamma x) \tag{1.1.1}$$

但し，C は定数，$\gamma = 2\dfrac{M_2}{M_3} = \dfrac{n}{2\sigma^2}$，$\beta_1 = \dfrac{M_3^2}{M_2^3} = \dfrac{8}{n-1}$，$p = \dfrac{4}{\beta_1} - 1 = \dfrac{n-3}{2}$ である．ここから続いて s^2 分布を以下のように具体的に定式化し，

$$y_1 = C\left(s^2\right)^{\frac{n-3}{2}} \exp\left(-\frac{ns^2}{2\sigma^2}\right) \tag{1.1.2}$$

s^2 と s の分布が等価であることに着目して，s の度数曲線 y_2 を求め，最終的に以下の結論を得ている．

$$\begin{cases} y_2 = \dfrac{N}{(n-3)(n-5)\cdots 3\cdot 1}\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}\left(\dfrac{n}{\sigma^2}\right)^{\frac{n-1}{2}} x^{n-2}\exp\left(-\dfrac{nx^2}{2\sigma^2}\right) & n\text{が偶数} \\ y_2 = \dfrac{N}{(n-3)(n-5)\cdots 4\cdot 2}\left(\dfrac{n}{\sigma^2}\right)^{\frac{n-1}{2}} x^{n-2}\exp\left(-\dfrac{nx^2}{2\sigma^2}\right) & n\text{が奇数} \end{cases} \qquad (1.1.3)$$

ところで，この過程において W. S. Gosset が積率法を用いたことは，彼が K. Pearson の下で統計学を学んだことと深く関連するが，そこから独自に s^2 の分布に到達したという点は注意を要する．そもそも Pearson 系第Ⅲ分布曲線とは，その名の通り K. Pearson によって提示されたものであるが[10]，長屋政勝も指摘するように，様々な母集団分布の数学的形状を分類した分布体系の中の一つであり，K. Pearson の科学哲学でいう現象の要約・記述を達成するための具体的な方法論であった[11]．確かに K. Pearson には，適合度検定を目的として求めた χ^2 分布が第Ⅲ分布関数に一致することを明らかにしている研究もあるとは言え[12]，本来これは標本から母集団への推測を媒介する標本分布としては看做されてはいなかった．しかしこの母集団分布の数学的形状の分類というのは，単に度数分布の数学的特性を記述したという性質のものではない．「一般化された確率曲線（generalised probability curves）」[13] と K. Pearson が呼ぶように，第Ⅲ分布曲線を含めた Pearson 系分布曲線は，本来，母集団を記述する「確率分布」であった点を看過してはならない．つまりこれは，現代数理統計学で言う統計的記述の範疇を越えた分布論であるということである．

これとは対照的に，W. S. Gosset は明確に標本から母集団パラメータの推測という構図を想定し，標本の確率分布（精密標本分布）導出の過程から s^2 分布が第Ⅲ分布に一致することを突き止めている．この点について E. S. Pearson は，「K. Pearson の第Ⅲ曲線がなければ，W. S. Gosset による z 分布の導出も有り得なかった」[14] と指摘しているが，K. Pearson が意図した第Ⅲ分布曲線とは全く異なった目的で W. S. Gosset がそれを求めたことは区別しておかなければなるまい．

そこでこの z 分布の導出についてであるが，先に見た（1.1.3）式では，その計算に未知量 σ^2 を含んでいるため標本から精確な計算を実行することはできない．そこで Gosset 論文では，標本平均（観測値の標本平均と正規母集団からの母平均との差）と標本標準偏差の比 $z=\dfrac{\bar{x}}{s}$ の分布を考察し $\bar{x}$ と s との無相関を証明した上で統計量 z を定義し，その分布曲線を以下のように求め

$$y=\frac{\sqrt{\dfrac{n}{2\pi}}}{\sigma}\frac{\displaystyle\int_0^\infty s^{n-1}\exp\left\{-\frac{ns^2(1+z^2)}{2\sigma^2}\right\}ds}{\displaystyle\int_0^\infty s^{n-2}\exp\left(-\frac{ns^2}{2\sigma^2}\right)ds} \tag{1.1.4}$$

最終的にそれが，

$$\begin{cases} y=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{n-2}{n-3}\cdot\dfrac{n-4}{n-5}\cdots\dfrac{5}{4}\cdot\dfrac{3}{2}\left(1+z^2\right)^{-\frac{n}{2}} & n\text{が奇数のとき} \\ y=\dfrac{1}{\pi}\cdot\dfrac{n-2}{n-3}\cdot\dfrac{n-4}{n-5}\cdots\dfrac{4}{3}\cdot\dfrac{2}{1}\left(1+z^2\right)^{-\frac{n}{2}} & n\text{が偶数のとき} \end{cases} \tag{1.1.5}$$

によって計算されることを示した[15]．これにより専ら標本値だけを用いて確率計算が可能となることが解る．但しこの証明は，次の二つの点で不完全であることを R. A. Fisher は指摘しておりその改善を試みている[16]．第一に，s^2の分布が 4 次モーメントまでは求められた分布と一致しているが，それ以上の次数についても一致していることは示されていない（つまり一般化されていない），第二に s^2 と x の無相関は証明されているが，この二つの変数の分布が確率的に独立であることは示されていないという点である．

1.2 z 分布の先駆的研究

ところでこの論文における z 分布誘導の過程を検討してみると，W. S. Gosset 自身自覚していたか否かに拘わらず，19世紀，ドイツを中心に発達した観測誤差論の理論的成果に多く依存していたことが解る．例えば平均偏差（Gosset 論文では母平均から測られた観測値の標本平均が用いられている）$\bar{x}$ の分布は，G. B. Airy の著作[17]によって当時よく知られており，W. S. Gosset 自身この G. B. Airy の著作に熟達していたという E. S. Pearson の指摘と併せて鑑みると W. S. Gosset は G. B. Airy からこの x の分布について学んだことが推量できる[18]．

一方，s^2分布について W. S. Gosset は，「まだ一般的な証明法は見たことは無い」[19]と述べているが，L. v. Bortkiewicz や R. A. Fisher も指摘するように[20]，既に F. R. Helmert が求めていた[21]．更にまた F. R. Helmert は自由度の概念をも明確に認識していたことが知られている[22]．それ故，少なくとも精密標本分布としての s^2分布については，W. S. Gosset のプライオリティは否定されなければならない．付言すれば，I. J. Bienaymé の研究において既に標本と母集団の区別並びに標本値から母集団パラメータの推測を行う必要性を説いていたことが C. C. Heyde と E. Seneta によって指摘されており，I. J. Bienaymé が t 検定の先駆者であるという評価を与えている[23]．

しかし近年，J. Pfanzagl と O. B. Sheynin によってもたらされた見解はより重要である[24]．それによると，ドイツの数学者 J. Lüroth が，Bayes の定理を援用して t 分布を誘導していたこと

が明らかにされている．このJ. Lürothの論文[25]を検討してみると，確かにΓ関数やB関数を用いた現代の表記法とは異なるものの，実質的にはt分布の分布関数を求めており，(1.1.5)式と等価な結論を出していることから[26]，このJ. PfanzaglとO. B. Sheyninの評価は肯綮に当たるものであると看做してよい．

W. S. Gossetによるz分布の導出は，成る程，標本値から厳密に母集団パラメータを推測する可能性を切り開いたという点では，巷間謂われるように数理統計学内部の評価として画期的なものではあろう．しかしそこに至る理論的過程を検討してみると，W. S. Gossetが展開した精密標本分布論は，Gauss誤差論の系譜に連なる業績の一つとして見ることができる．あるいは誤差論の理論的蓄積を土台として初めてz分布に到達し得たものであると看做すこともできよう．その意味では，数理統計学が「誤差論の直系の学問」[27]であると論断したH. M. Walkerの評価も首肯できる．事実R. A. FisherもまたこのW. S. Gossetの論文を評して，「基本的には誤差論の古典的問題に対する新しいアプローチ」[28]を示したものであるとしている．しかしこのことは，同時に次の疑問もまた生ずる．なぜW. S. Gossetのz分布（t分布）がこれほど重要な分布として認知され，一方でドイツの誤差論者たちの業績が埋もれてしまったのかという疑問である．同様の問いを嘗てχ^2分布について筆者は考察したが[29]，それはR. A. Fisher以後，数理統計学が様々な科学の分野に独自の方法科学として浸透し普及したことと深く関連している．それはまたR. A. Fisherも指摘するように[30]，このW. S. Gossetの精密標本分布が長らく注意を引かなかったこととも関連している．そこでこの問題を解決するため，引続き同論文の後半でW. S. Gossetが展開したz検定論について検討していこう．

2．W. S. Gossetの統計的検定論

統計量zの分布曲線を求めた後，Gosset論文では後半で応用の問題，即ち検定の問題に取り組んでいる．但しこの論文の本来の目的は，著者自身も述べているように，少数の一連の実験値の平均を巡る「有意性」を判定するに当り必要な確率積分表を用意すること，つまり大標本を前提とする正規分布の確率積分表ではなく，新たな標本分布の確率積分表を用意することである[31]．つまり統計量zの分布を誘導するという，優れて理論的な研究がこの論文の主目的であって，平均値の検定方式，一般化すれば統計的推測の構図について論じる性質のものではない点は先ず確認しておく必要があろう．

ところでよく知られているように，確率変数Xが$X \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$であるとき，そこから得られる観測値の数（標本数）$n$が十分多いときには，

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \text{ の時，} Z \sim \mathrm{N}(0,1) \qquad (1.2.1)$$

となり，この性質を利用して母平均の区間推定や検定が行われる．これは直接的にはK. PearsonとL. N. G. Filonによって齎された帰結であるが[32]，この推論の図式には，μの検定に

対して，事前情報として未知量 σ が与えられていなければならないという，論理的に矛盾した内容が含まれている．実際上は，大標本の前提の下で標本標準偏差を σ に代置して検定を行うのであるが（だとしても理論的には粗雑な方法であると言わざるを得ない），これは小標本の場合には適用不可能である．この問題解決のためにこそ W. S. Gosset は，z 分布を前半で求めたわけであるが，ここで先ず留意すべきことは，この論文に出てくる「有意性の判定」[33]という言説の含意である．

有意性の判定とは即ち統計的検定を指すが，今日よく知られている統計的検定の原型は R. A. Fisher によって形成されたことはほぼ定説といってよい．しかし差の有意性を検定するという方法自体は，R. A. Fisher 以前から存在していたこともまた事実である．前出の K. Pearson と L. N. G. Filon による論文にも「差の有意性」という用語がしばしば使用されているし，古くは男女出生比における差の有意性を検定した J. Arbuthnott 以来[34]，統計的検定は比較的長い歴史を有しており，特に観測誤差論の分野においては標準的な手法と看做されてきた．R. A. Fisher が自身の有意性検定と区別して，「常套的な確率誤差に基づく検定」[35]と呼んで批判したのがそれである．但し R. A. Fisher は有意性検定の構図それ自身に関する重要性は積極的に主張しておらず，むしろ精密標本分布に基づく精確な検定（exact test）の重要性について強く主張している点は留意すべきである[36]．そして実は W. S. Gosset の z 検定は，R. A. Fisher の批判するこの古典的検定論（確率誤差検定）の形式を踏襲していながら，同時にまた R. A. Fisher が力説する精確な検定を試みている点に特徴がある．具体的に見ていこう．

2.1 z 検定

この論文で W. S. Gosset は，三つの例証を用いて z 検定の有効性を論じている．即ち，(1) 催眠剤 hyoscyamine hydrobromide の光学異性体における薬効評価，(2) 土壌（粘土質・砂礫質）の違いにおける二種類の小麦（にかわ質・澱粉質）の収量の比較実験，(3) 二種類の小麦（乾燥・非乾燥）における収量と品質の比較である．本稿では例証 (1) を検討する．

例証 (1) は，生理学雑誌（Journal of Physiology）に掲載された A. R. Cushny と A. R. Peebles による論文のデータに基づいている．このデータは，10人の被験者を対象に予め睡眠剤投与前の時間を測定しておき，睡眠剤 hyoscyamine hydrobromide の光学異性体，即ち dextro-

表 1 ：dextro-hyoscyamine hydrobromide（DHH）と Laevo-hyoscyamine hydrobromide（LHH）との睡眠時間の差を巡る検定結果

検定 1	DHH と LHH 各々の催眠効果の検定
	標本平均値→ DHH ＝0.75 LHH ＝2.33 統計量 z 値→ DHH ＝0.44 LHH ＝1.23 P（DHH > 0）＝0.8873 （勝ち目は約8:1・確率誤差の約1.8倍） P（LHH > 0）＝0.9974 （勝ち目は約400:1・確率誤差の4.15倍）
検定 2	DHH と LHH の催眠効果の差の検定
	統計量 z 値→1.17 P（LHH > DHH）→0.9985（勝ち目は666:1）
結　論	LHH の方が催眠効果が高い

hyoscyamine hydrobromide（以下，DHH と略記）と Laevo-hyoscyamine hydrobromide（以下，LHH と略記）を投与した時の睡眠時間の差を示している（表 1 参照）．目的は DHH と LHH のどちらにより高い催眠効果を認め得るか（有意な差）を評価することである．このため先ず DHH と LHH それ自体に催眠効果があるか否か，即ち各標本平均値（DHH ＝0.75・LHH ＝2.33）が正値であることが真である確率（＝標準偏差の z 倍以下の確率）を，統計量 z の計算値（DHH ＝0.44・LHH ＝1.23）から求めている．DHH では0.8873（W. S. Gosset の計算間違い：0.8883）となり，従ってその勝ち目（odd）は約8:1で，正規分布における確率誤差（0.67449）の基準に換算すれば約1.8倍（0.8873/0.5）に相当する．一方 LHH については，同じように確率を0.9974，勝ち目を約400:1と求め確率誤差の4.15倍（W. S. Gosset の計算間違い：1.5倍，0.9974/0.5）に相当すると論じている．

催眠剤の効果を検定した後，Gosset 論文では，本来の目的である DHH と LHH における催眠効果の比較を行っている．現代数理統計学の用語に従うならば，二つの標本平均の差の有意性検定を同様の計算手続きに従って行っている．その結果，統計量 z の値は1.17で LHH が DHH よりも催眠効果が真に高い確率は0.9985で，その勝ち目は666:1となり，LHH の方が催眠効果が高いとした A. R. Cushny と A. R. Peebles の所説を支持している．

見たように W. S. Gosset が展開した平均値の検定は，所与の有意水準の下で帰無仮説の棄却を目的とする Fisher 流の有意性検定の構図とは大きく異なっている．統計量の計算から始まり，設定された問題（仮説）の確からしさあるいは勝ち目を直接求め，その結果から「確率誤差」を基準に有意性の判定を下す，という構図になっている．これは，χ^2検定を取り扱った K. Pearson の論文で採用されている構図と全く同じものであり[37]，R. A. Fisher が批判する確率誤差検定，即ち Gauss 誤差論以来の古典的検定論の構図に依拠したものに他ならない．従ってこの点から見ると，K. Pearson の χ^2検定と同様，Gauss 誤差論の系譜の中に W. S. Gosset の z 検定を位置付けることが可能であると言えよう．

しかしここで一点付け加えておかなければならないのは，この事例で W. S. Gosset が暗黙裡にベイズの逆確率に基づく推論を想定しているという B. L. Welch の指摘である．W. S. Gosset は先ず DHH が「平均して睡眠時間を増加させる確率，つまりこれらの実験を標本であると看做すときの母平均が正である見込み（chance）はどれくらいか」[38]という書き出しで始めているが，この記述を捉えて B. L. Welch は，W. S. Gosset 自身がどのように思おうとも，母平均が正である見込み，即ち「$\mu>0$である見込みは，もし μ と σ に関する事前分布が利用可能ならば，そこから演繹される事後確率として自動的に看做し得る」[39]と指摘している．故にこの点からも W. S. Gosset の統計的推測論は，Gauss 誤差論から K. Pearson へと発展していったベイズ推測論という共通の土俵上にあったと看做すことができる．

2.2　確率誤差検定

ところで確率誤差検定とは，文字通り確率誤差（Wahrscheinliche Fehler）を有意性の判断基

準として採用する検定方式を意味している．この用語は，1815年に公刊された F. W. Bessel の「北極星の位置について」[40] と題する論文において初めて使用されたとされるが，確率誤差についての明確な定義は与えられていない．しかし翌年公刊された論文「オルバース彗星の軌道に関する考察」では，「この名称を，より小さい誤差とより大きい誤差（の確率）が等しくなるような数の限界であると理解する．各々ある広さの限界内に陥る観測値は，その限界の外に陥る観測値よりはるかに確からしい」[41] と述べ，誤差分布（正規分布）における正負各々の確率を二分する点であることを定義している．現代的表記法では 0.6745σ となり，前出の（1.2.1）式の場合，$0.6745\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ に相当する．この確率誤差は，いち早く C. F. Gauss においても採用され，誤差論における基本概念として定着していく[42]．それは単にドイツ語圏に留まらず，G. B. Airy も「確率誤差（probable error）と呼ばれる（平均平方誤差とは）異なった数値が用いられるのが習慣となった」[43] と述べているように，英語圏でも当時既に周知の概念であったことが解る．

この確率誤差に対して，計算された検定統計量の値が何倍に相当するかにより標本値の有意性を評価するのが確率誤差検定であり，W. S. Gosset の z 検定もこの図式に従っていることは先に見た通りである．言わばこの確率誤差とは，一つの有意性判定の基準であり R. A. Fisher の言う有意水準に相当するが，ここで問題となるのは，観測誤差論では50％点が，Fisher 理論では５％ないし１％点が何故採用されるのかという点である．問題はこれら数値の大きさそれ自身にあるのではない．50％か５％というのはあくまで判定の一つの基準に過ぎない．重要な点は，これらの基準を採用することによって，相対的に確率誤差検定では有意性の判定が生じ易く，Fisher 流の有意性検定では有意性の判定が生じ難いということ，換言すれば確率誤差ではランダムな誤差であるという判定は生じ難く，有意性検定ではその判定が生じ易いという点にある．

これは次のように解釈することができよう．V. Hilts などの科学史研究者による一連の統計学史研究でも明らかにされているように，そもそも Gauss 誤差論とは，観測に伴う不要な誤差を排除し，よりよい観測値の組合せの下でより精度の高い推定値を求めることが目的とされている．それ故，科学的信憑性に耐え得る観測値の精度にはより慎重な態度が望まれ，ランダムな誤差のみを伴う観測値であるとの判定にはより制限された基準が必要とされたのではないかと推量される．その一つの結果が確率誤差という基準であった．それに対して Fisher 統計学の目的とするところは，有意な差（真実の効果）を見出すことに目的を置いており[44]，Gauss 誤差論の場合とは逆に有意性に対してより慎重な態度が求められ，ランダムな誤差とは考えられない観測値であるとの判定に，より制限された基準が求められたものと考えられる．有意な差が生じない場合，帰無仮説を採択するのではなく判断の保留をするというのもその表れであろう．そしてそのことが，両者の有意性を巡る判定基準の差，つまり確率誤差検定では相対的に

大きな確率で Fisher 流の検定では小さな確率で基準が設定されたものと思われる．R. A. Fisher は，「常套的な確率誤差に基づく検定」は必ずしも信頼に値しないと評価しているが[45)]，これは R. A. Fisher の拠って立つ目的から見たかなり偏りのある評価であろう．そして W. S. Gosset の z 検定論は，次節で検討するように，形式的には確率誤差検定の図式に則りながらも，しかし思想的側面においては Fisher 的な立場に近い部分を内包させていたと指摘できる．

II．W. S. Gosset の統計思想

以上の議論を纏めておくと次のようになろう．巷間言われる W. S. Gosset 論文の革新性は，偏に z 分布の導出にあるとされるが，これは現代数理統計学のパラダイムから見た後知恵の歴史評価に過ぎない．これまで見てきたように W. S. Gosset が展開した標本分布論は，既に誤差論の分野においてその大部分が理論的には達成されており，この点からすると Gosset 論文は，Gauss 誤差論の必然的な到達点の一つとして看做すこともできるのである．また W. S. Gosset が誤差論の強い影響の下にあったことは，z 検定の構図についても認められるところで，つまりは理論的，数学的な意味で Gosset 理論もまた観測誤差論の知的伝統から独立ではありえなかったということになる．しかしながらその統計思想について見ると事情は全く異なる．

V. Hilts や L. Hogben，D. A. MacKenzie も指摘するように，同様の理論構造を有しつつも誤差論と F. Galton，K. Pearson，R. A. Fisher 等が構築した近代数理統計学とは，誤差排除の方法から変異の分析方法への転換という点で決定的に異なる[46)]．またこの点に関しては R. A. Fisher もまた「現代の統計学と昔の統計学の目的の差異」[47)]という表現で認めている．そしてこうした変異の研究へと変貌を遂げていく契機となったのが彼等の遺伝学・優生学研究にあったことを，既出の V. Hilts，D. A. MacKenzie，B. J. Norton，T. M. Porter 等の科学史・科学社会学研究者が明らかにしている．またこれ等の研究に関連して筆者は，K. Pearson の統計的推測論を取り上げ，K. Pearson が相関・回帰という所謂統計的記述の方法において変異の研究という点で果たした役割を評価しながらも，こと統計的推測の方法に関してはむしろ常道的な誤差論における「誤差排除」の思想的伝統に依拠し，変異の研究としての統計的推測論という点では未完成であったこと，併せて R. A. Fisher の有意性検定論においてそれが達成されたことを主張しておいた[48)]．

筆者が指摘したこの論点からすると，W. S. Gosset の統計的推測論には K. Pearson のそれとは異なる点が幾つか存在している．一つは，繰り返しになるが，W. S. Gosset が検定の目的を小標本からの「平均値の有意性の判定」に置いている点である．しかも W. S. Gosset は，「如何なる実験もある母集団の標本（individual）に過ぎない」[49)]とも述べており，恰も R. A. Fisher の仮説的無限母集団の概念を想起させる発言を行っている．しかしこの点を論拠にして W. S. Gosset の統計的推測論が思想的側面においてより R. A. Fisher の立場に近付いていると見るこ

とは妥当ではない．標本と母集団の区別という点では既に誤差論においても早い段階から認められていたことは先に見た通りであるし，有意性という用語も K. Pearson が既に使用している．また仮説的無限母集団という勝れて Fisher 的な思想さえも，実は既に K. Pearson が無限に大きな集団（indefinitely large group）[50]という表現で表明していたことを筆者は指摘しておいた．故にこれらの点に限定するならば，W. S. Gosset の統計的推測論は，むしろ忠実に K. Pearson の統計的推測論における統計思想に従っているとさえ看做し得る．

ところで筆者が嘗て主張したように，変異の研究という生物統計学派に共通した統計思想を，統計的推測の方法において最も具現化したのは R. A. Fisher の有意性検定論である[51]．「差がない」という帰無仮説の棄却にのみ積極的意味を持つ彼の検定論は，結局，有意な差（統計的変異）の存在を前提とした上でそれを実証（判定ではない）することに検定の目的を置いており，変異の研究という点で Gauss 誤差論における古典的推測論とは異なった統計思想が貫徹されている．そこに筆者は統計的推測論の近代的性格を求めるものであり，同時にこの点においてこそ W. S. Gosset の統計思想が R. A. Fisher のそれに極めて近いと評価できるものと看做している．先に見たように Gosset 論文で示された z 検定の例証では，成る程，古典的な（前近代的な）誤差論の常道に則り確率誤差を使ってはいるが，催眠効果の認定を明確に意図して分析していることが窺え，そこに有意な差（催眠効果）を積極的に評価しようとする態度が明確に認められよう．

本来の問題に立ち返り，研究のパラダイムという視点からこの有意性概念を巡る相違点を見ていくと，Gauss 誤差論と Fisher 統計学との間には，明確に考え方，問題の問い方の差異が存在している．固より，確率誤差にせよ，有意水準にせよ，これらはランダムな差かそうでないかを示す一つの基準に過ぎなかった．しかし同じ言葉（有意性）で語られながら，その基準の設定の仕方において両者には大きな思想上の相違があることは既に指摘した通りである．確かに，長屋政勝も指摘するように，K. Pearson もまた誤差論の伝統に飽きたらず，新たな統計的推測論の様式を確立しようと試みていたことは検討に価しようが[52]，こと検定論に関する限り K. Pearson の統計思想は誤差論の考え方に近く，Fisher 流の有意性検定論とはかなりの隔たりがあると言えよう．K. Pearson が終生 Fisher 流の有意性検定に理解を示し得なかった理由もそこにある．この意味で W. S. Gosset の z 検定は，K. Pearson の統計的推測論の枠組みありながらも，R. A. Fisher の統計的推測論の枠組みに更に近づいていると評価されなければならない．つまり結論として言えることは，W. S. Gosset の統計的検定は，有意な差を積極的に評価するという一点において K. Pearson の検定から R. A. Fisher の有意性検定への橋渡し的な役割を果たしたということであり，これによって，W. S. Gosset 本人の意図とは無関係に，変異の研究を目的とするイギリス数理統計学（生物統計学）におけるパラダイムの確立に大きく貢献することになったということである．

しかしながら W. S. Gosset の統計的推測論が，思想的側面において K. Pearson は無論のこと，

R. A. Fisher とも異なるのは小標本によるアプローチという点である．Gosset 論文で述べられているように[53]，彼の z 検定は小標本から統計的推測論を正確に行うことが目的であって，数学的厳密性の要請から正確な標本分布を求めた結果，小標本による正確な推論が可能になったというのではない．実のところこの点は R. A. Fisher の考え方とかなり異なる．R. A. Fisher は，従来の数理統計学（つまり K. Pearson の数理統計学）の数学理論がその厳密性において極めて不充分であることを再三に亙り批判しており[54]，この観点から彼は「精密標本分布論」を展開し，その結果として厳密な小標本による統計的推測が可能となった．ところが Gosset 論文で展開された標本分布論は，小標本しか利用し得ないという実用上の問題から出発し，そこから小標本による推測に耐えうる厳密な標本分布を導出するという過程を辿っている．成る程，R. A. Fisher にせよ W. S. Gosset にせよ，最終的な到達点は同じである．しかしそこに至る思考過程の背景は異っており，R. A. Fisher 等の優生学的見地に基づく生物統計学という社会的文脈では説明できない．つまり新たな社会的文脈の下で W. S. Gosset が辿った思考過程が説明されなければならず，これについては次節で今後の検討課題と関連させ簡単に触れたい．

結び—— W. S. Gosset の統計的推測論を巡る社会的文脈

安藤洋美も指摘しているように，大標本を前提とした K. Pearson を中心とする生物統計学派の威信により小標本からの統計的推測論の研究は図らずも妨げられることになった[55]．しかしその必要性は20世紀前後から次第に認められるようになったことは確かであり，何時か誰かが必ず問題にせざるを得ないことは必至であったと言える．実際にその問題を解決したのは W. S. Gosset であったわけであるが，重要なことは，何故20世紀に入ると小標本の問題が重要な課題になり得たのかという点である．

この問題を考える上で木村和範は重要な指摘をしている．木村は，1930年代以降，統計的推測論が突如といってよいほど普及した社会的理由として (1) 医療の分野（免疫製剤や新薬の開発），(2) 農業の分野（食糧難を背景にする農事試験），(3) 工業の分野（大量生産の普及），(4) 経済の分野（政策立案のための統計の迅速な準備）を挙げている[56]．木村の指摘は (4) の場合を除くと，何れも純粋科学の研究分野ではなく，それ等の科学の成果を産業界に応用した技術分野において統計的推測論が援用され且つ普及していったことが解る．そして Gosset 論文で展開された統計的推測論も実はこうした背景の下に登場してきたものと考えられる．

先にも述べたが W. S. Gosset の統計的推測論の意義は1920年代後半まで顧みられることがなかった．その一方で Gosset 論文における例証は，木村が掲げたこれらの分野と図らずも符合していることに留意すべきである．筆者の考えでは，これらの事実は19世紀半ば以降に出現した科学者共同体の制度化とその産業資本への組織的登用という社会的文脈の下で理解されなければならない．

18世紀末の啓蒙主義の洗礼を経て，19世紀中頃に所謂近代科学が確立したことは今日，科学史の一つの定説と言ってよい．しかしこの歴史的過程は単に近代科学の理論的形成過程としてのみ把握されるべきものではなく，近代科学の担い手，即ち専門的職業としての科学者（man of science ではなく scientist）が組織的，制度的に確立され且つ再生産されていく過程として社会学的に分析され説明される必要がある．この点に関して科学史・科学社会学の成果として近年明らかになりつつあることは，大学で学位を取得した専門職業家としての科学者達が社会的に受容され，主として経済活動の場において技術提供という形で産業資本と結びつき，社会の中で確固たる地歩を占めるに至るのが20世紀初頭頃であったという点である[57]．木村が示した4つの社会的背景も，従ってこのような科学技術史の社会的文脈の中で初めて理解し得るものであると言えよう．

その経歴からも明らかなように W. S. Gosset もまた産業資本に登用された専門科学者集団の最も初期に属する一人であった．それ故 W. S. Gosset の統計思想は，F. Galton や K. Pearson（或いは Fisher も一面ではそこに含まれる）の優生学的見地に基付く生物統計学のそれとは一線を画するものであると看做さなければならない．しかしこれまでの論考から逆に，有意な差という概念が，一人優生学，遺伝学のみならず，様々な科学技術の場で有効であることが認められつつあったとも言える[58]．そしてそこに，言わば K. Pearson と R. A. Fihser の橋渡し的な役割を演じた Gosset 理論の学説史的特徴があり，従ってイギリス数理統計学の徐々にではあるが連続した系譜の中に彼の統計学を位置付けることができるというのが本稿の主たる論点であった．同時に，筆者が別稿で指摘しておいたことではあるが，R. A. Fisher が主張した統計学における数学理論の厳密性を巡る議論が契機となって Neyman-Pearson 理論が登場し，その過程で W. S. Gosset の意図とは別に彼の標本分布論が，小標本分布論としてではなく精密標本分布論として高く評価されるようになったということも付言しておく必要があろう．成る程，有意性概念を巡って W. S. Gosset の統計的推測論は，R. A. Fisher によって完成される生物統計学と共通の統計思想の上に形成されながらも，一方では産業資本との連繫という点で統計学の新たな方向性を目指してはいた．しかし W. S. Gosset の意図とは全く別に小標本分布論が精密標本分布論として評価されていくに従い，Gosset 理論は，結果として，来るべき Neyman-Pearson 理論のパラダイム，即ち現代数理統計学のパラダイムに傾斜していく契機を与えたことになったことを末尾に指摘しておきたい[59]．これらの論点については更なる究明が必要となろうがそれは稿を改め引き続き検討していく．

註釈

1）Kuhn が最初にパラダイムという用語を用いたのは次の著作である．Khun, T., *The Structure of Scientific Revolutions*, The University of Chicago Press, 1962. 中山茂訳『科学革命の構造』第2版，みすず書房，1971年．専門母型という用語は，1970年に出版された同著第2版の「補章―1969年―」第2

節で示されている（*ibid.*, pp.181–187. 同上訳書206〜213頁）．なお付言すれば，本稿では Kuhn の主張するように通常科学と科学革命という歴史のダイナミズムを説明する概念としては適用しないことを強調しておきたい．

2）この学説史的評価の最も典型的な例としては，北川敏男の次の文献がある．北川敏男『統計学の認識』白揚社，第2版，1968年．但し北川の評価は，我が国における統計的推測論のパイオニアとして，同時にまたその熱心な推進者として，統計的記述に対する統計的推測論の理論的・方法論的優位性を喧伝しなければならなかったという政治的意図が背景にあって，かなり極端なものとなっている．このことは欧米における評価，例えば H. M. Walker による次の文献の「日本語版への序文」に示されている穏当な評価と比較すればその極端さは明らかである．Walker, H. M., *Studies in the History of Statistical Method*, The Williams & Wilkins, 1929. 足利末男・辻博訳『統計方法論史』高城書店，1959年．

3）関連する彼らの代表的文献は以下の通り．Hilts, V., *Statist and Statistician*, Ph.D. Thesis, Harvard University Press, 1967. Norton, B. J., *Karl Pearson and the Galtonian Tradition: Studies in the Rise of Quantitative Social Biology*, Ph.D., thesis, University of London, 1978. Porter, T. M., *The Rise of Statistical Thinking 1820–1900*, Princeton University Press, 1986. 長屋政勝，木村和範，近昭夫，杉森滉一訳『統計学と社会認識—統計思想の発展1820–1900—』梓出版社，1995年．Stigler, S. M., *The History of Statistics: The Measurement of Uncertainty before 1900*, The Belknap Press, 1986. なお T. M. Porter は，最近 K. Pearson の伝記も出版している．Porter, T., *Karl Pearson: The Scientific Life in a Statistical Age*, Princeton University Press, 2004.

4）Edinburgh 学派による科学知識の相対主義の考え方を最も明確な形で示したのは，D. Bloor の次の文献で示されているストロングプログラム（因果性，不偏性，対称性，自己反射性）である．Bloor, D., *Knowledge and Social Imagery*, The University of Chicago Press, 1976. 佐々木力，古川安訳『数学の社会学』培風館，1985年．

5）この D. A. MacKenzie の主張を示した代表的文献は次のとおり．MacKenzie, D. A., *Statistics in Britain 1865–1930: The Social Construction of Scientific Knowledge*, Edinburgh University Press, 1981. 但しこの D. A. MacKenzie の分析に対しては，Edinburgh 学派の考え方それ自身の批判を背景とした P. A. Sullivan のような批判もある．Sullivan, P. A., “An engineer Dissects two case studies: Hayles on Fluid Mechanics and MacKenzie on Statistics.”, Koertge, N., (ed.), *A House Built on Sand: Exposing Postmodernist Myths about Science*, Oxford University Press, 1998, pp. 71–98. なお Edinburgh 学派に対する批判を解説したものとしては次の文献を参照のこと．金森修『サイエンス・ウォーズ』東京大学出版会，2000年．金森修，中島秀人編著『科学論の現在』勁草書房，2002年．

6）Gosset, W. S., “The probable error of a mean.”, *Biometrika*, vol. 6, 1908, pp. 1–25.

7）W. S. Gosset の生涯とその業績については次の文献を参照のこと．安藤洋美『多変量解析の歴史』現代数学社，1997年，106〜120頁．中川友長「抽出調査の問題に就て」，『經濟學論集』（東京帝国大学経済学部）第10巻第5号，1940年，31〜57頁．高崎禎夫「スチューデントの小標本理論」，長屋政勝，高崎禎夫編『統計的方法の生成と展開』産業統計研究社，1982年，81〜97頁．Boland, P. J., “A biographical glimpse of William Sealy Gosset.”, *The American Statistician*, vol. 38, 1984, pp. 179–183. Box, J.F., “Gosset, Fisher, and the t distribution.”, *American Statistician*, vol. 35, 1981, pp. 61–65. Box, J.F., “Guinness, Gosset, Fisher, and small samples.”, *Statistical Science*, vol. 2, 1987, pp. 45–52. Eisenhart, C., “On the transition from “Student’s *z*” to “Student’s” *t*.”, *The American Statistician*, vol. 33, 1979, pp. 6–10. Fienberg, S. E. and Lazar, N., “William Sealy Gosset.”, *Statisticians of the Centuries*, edited by Heyde, C. C. and Seneta, E., Springer, 2001, pp. 312–317. Fisher, R. A., “‘Student’.”, *Annals of Eugenics*, vol. 9, 1939, p. 1–9. Lehmann, E. L., “Introduction to Student (1908) The Probable Error of a Mean.”, *Breakthroughs in Statistics*, edited by Kotz, S. and Johnson, N. L., vol. 2, Springer, 1992, pp. 29–32. Pearson, E. S., “William Sealy Gosset, 1876–1889 (2) ‘Student’ as statistician.”, *Biometrika*, vol. 30, 1939, pp. 210–250. Pearson, E. S., “Some early correspondence between W. S. Gosset, R. A. Fisher and Karl Pearson, with notes and comments.”, *Biometrika*, vol. 55, 1968, pp. 445–457. Plackett, R. L. and Barnard, G. A., (eds.), *'Student': A Statistical Biography of William Sealy Gosset Based on Writings by E. S. Pearson*, Oxford University Press, 1990. Read, C. B., "Gosset, William Sealy ('Student').", *Leading Personalities in Statistical Sciences*, Wiley, 1997, pp. 327–329.

8）Fisher, R. A., "Frequency distribution of the values correlation coefficient in samples from an indefinitely large population.", *Biometrika*, vol. 10, 1915, pp. 507–521. Fisher, R. A., "Applications 'Student's distribution.", *Metron*, vol. 5, No. 3, 1925, pp. 90–104.

9）例えば Fisher は，次の文献で「彼（Gosset）の研究の結果，標本分布の問題は次から次へと精確に解かれていった」と述べている．Fisher, R. A., *Statistical Methods and Scientific Inference*, Oliver & Boyd, 1956, p. 4. 渋谷政昭，竹内啓訳『統計的方法と科学的推論』岩波書店，1962年，4頁．

10）Pearson, K., "Contribution to the mathematical theory of evolution II: Skew variation in homogeneous material.", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, A, vol. 186, 1895, pp. 343–414.

11）長屋政勝「K. ピアソンの統計的分布論」，『龍谷大学経済経営論集』第19巻第4号，1980年，30頁．長屋政勝「K. ピアソンと記述統計学—有意性検定前史—」，長屋政勝，高崎禎夫編『統計的方法の生成と展開』産業統計研究社，1982年，19頁．

12）Pearson, K., "On the criterion that a given system of deviations from the probable in the case of a correlated system of variables is such that it can reasonably supposed to have arisen from random sampling.", *Philosophical Magazine and Journal of Science*, 5th series, vol. 50, 1900, pp. 157–175.

13）K. Pearson (1895), *op. cit.*, p. 58.

14）E. S. Pearson (1939), *op. cit.*, p. 226.

15）なお W. S. Gosset のここでの標本平均 $\bar{x}$ ではなく x が用いられており，論文前半の確率変数 x と混同し易く表記法に一貫性がない．

16）Fisher (1925), *op. cit.*, p. 92.

17）Airy, G. B., *On the Algebraical and Numerical Theory of Errors of Observations and the Combination of Observations*, Macmillan, 1875, p. 28–37.

18）Plackett and Barnard (1990), eds., *op. cit.*, pp. 10–13.

19）Gosset (1908), *op. cit.*, p. 4.

20）Bortkiewicz, L. v., "Das Helmertsche Verteilungsgesetz für die Quadratsumme zufalliger Beobachtungsfehler.", *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, Bd. 2, 1922, S. 358. Fisher, R. A., *Statistical Methods for Research Workers*, Oliver & Boyd, 1925, p. 17. 鍋谷清治，遠藤健児訳『研究者のための統計的方法』森北出版，1970年，12頁．

21）Helmert, F. R., "Ueber die Berechnung des wahrscheinlichen Fehlers aus einer endlichen Anzahl wahrer Beobachtungsfehler.", *Zeitschrift für Mathematik* und Physik, Bd. 20, 1875, S. 300–303.

22）Helmert, F. R., "Die Genauigkeit der Formel von Peters zur Berechnung wahrscheinlichen Beobachtungsfehlers director Beobachtungen gleicher Genauigkeit.", *Astronomische Nachrichten*, Bd. 88, 1876, S. 113–120.

23）Heyde, C. C. and Seneta, E., *I. J. Bienaymé: Statistical Theory Anticipated*, Springer, 1977, p. 104.

24）Pfanzagl, J. and Sheynin, O. B., "A forerunner of the t-distribution.", *Biometrika*, vol. 83, 1996, pp. 891–898.

25）Lüroth, J., "Vergleichung zwei Werten des wahrscheinlichen Fehlers.", *Astronomische Nachrichten*, Bd. 88, 1876, S. 209–220. なお J. Lüroth の生涯と業績については次の文献を参照のこと．Pfanzagl, J. and Sheynin, O. B., "Lüroth, Jakob.", *Leading Personalities in Statistical Sciences*, Wiley, 1997, pp. 203–204.

26）ebenda, S. 218–220.

27）Walker (1929), *op. cit.*, p. 24. 前掲訳書，30頁．

28）Fisher (1939), *op. cit.*, p. 218.

29）上藤一郎「χ^2分布の史的考察」，『統計学』第64号，1993年，11〜20頁．

30）Fisher (1939), *op. cit.*, p. 218.

31) Gosset (1908), *op. cit.*, p. 2.
32) Pearson, K. and Filon, L. N. G., "Mathematical contributions to the theory of evolution IV: On the probable errors of frequency constants and on the influence of random selection on variation and correlation." *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, A, vol. 191, 1898, pp. 229–311.
33) Gosset (1908), *op. cit.*, p. 2.
34) Arbuthnott, J., "An Argument for divine providence, taken from the constant regularity of the births of both sexes.", *Philosophical Transactions of the Royal Society*, vol. 27, 1712, pp. 186–190
35) Fisher (1956), *op. cit.*, p. 4 前掲訳書, 4頁.
36) *ibid*, p. 4–5. 同上訳書, 4〜5頁.
37) K. Pearson (1900), op. cit., pp. 167–174. なおK. Pearsonのχ^2検定に関する学説史的評価を行ったものとしては次の文献を参照のこと. 上藤一郎「K.Pearsonの統計的検定論」,『統計学』第71号, 1996年1〜11頁. 上藤一郎「優生学とイギリス数理統計学—近代数理統計学成立史—」, 長屋政勝, 金子治平, 上藤一郎編著『統計と統計理論の社会的形成』北海道大学図書刊行会, 1999年.
38) Welch, B. L.,"Student' and small sample theory.", *Journal of the American Statistical Association*, vol. 53, 1958, pp. 782–785.
39) Gosset (1908), *op. cit.*, p. 20.
40) Welch (1958), *op. cit.*, p. 785.
41) Bessel, F. W., "Ueber den Ort des Polarsterns.", *Astronomisches Jahrbuch für 1818*, 1815, S. 234.
42) Bessel, F. W., "Untersuchungen über die Bahn des Olbersschen Kometen.", *Abhandlungen der Berliner Akademie der Wissenschaft*, 1816, S. 142. なおこの論文が執筆されたのは, 同上論文より早く, 実質的にはこの論文で初めてBesselが確率誤差という名称を用いたと看做される. これについては, 安藤洋美『最小二乗法の歴史』現代数学社, 1995年, 143〜155頁, を参照のこと.
43) Gauss, C. F., "Bestimmung der Genauigkeit der Beobachtungen.", *Zeitschrift für Astronomie und verwandte Wissenschaften*, Bd. 1, 1816, S. 187–197. この論文の第2節でGaussは確率誤差（wahrscheinlichen Fehler）という用語を初めて使用している.
44) Airy (1875), *op. cit.*, p. 21,
45) この論点については, 上藤（1999), 前掲論文, 237頁, を参照のこと.
46) Fisher (1956), *op. cit.*, p. 4. 前掲訳書, 4頁.
47) この点の重要性を最も早く指摘したのはV. Hiltsである. V. HiltsはF. Galtonにおける相関・回帰の研究が誤差排除の研究から変異の研究への移行において重要な役割を果たしたことを主張している. この論点については, 例えば次の文献を参照のこと. Hilts, V., "Statistics and social science.", Giere, R. N. and Westfall, R. S., eds., *Foundations of the Scientific Method: The Nineteenth Century*, University of Indiana Press, 1973, p. 229–230.
48) Fisher, R. A., *Statistical Methods for Research Workers*, Oliver & Boyd, 1925, p. 3. 鍋谷清治, 遠藤健児訳『研究者のための統計的方法』森北出版, 1970年, 2頁.
49) これについては, 上藤一郎（1996), 前掲論文, を参照のこと.
50) Pearson, K., "On the curves which are most suitable for describing the frequency of random samples of a population.", *Biometrika*, vol. 5, 1906, p. 172.
51) これについては, 上藤一郎（1996), 前掲論文, を参照のこと.
52) 長屋政勝（1982), 前掲書, 40〜43頁.
53) Gosset (1908), *op. cit.*, pp. 1–2.
54) この見解を最も早く述べたものとしては, Fisher, R. A., "On the mathematical foundations of theoretical statistics.", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, A, vol. 222, 1922, pp. 309–368を参照のこと.
55) 安藤洋美（1997), 前掲書, 111頁.

56) 木村和範『統計的推測論とその応用』梓出版社，1992年，18頁.
57) イギリスにおける科学の制度化について詳細に研究したものとしては，例えば Cardwell, D. S. L., *The Organisation of Science in England*, Heinemann, 1972. 宮下晋吉，和田武編訳『科学の社会史—イギリスにおける科学の組織化—』昭和堂，1989年，を参照のこと.
58) この論点については，McMullen, L., “William Sealy Gosset, 1876–1889 (1) ‘Student’ as a man.”, *Biometrika*, vol. 30, 1939, pp. 205–210を参照のこと.
59) この論点については，上藤一郎（1999），前掲論文，241〜243頁，を参照のこと.

（Statistics，統計学）